

# Linguaggio Quotidiano e Logica Proposizionale: Formalizzazioni\*

damiano.macedonio@univr.it

17 novembre 2010

## 1 Formalizzazioni

**Esercizio 1** Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “Vengo domattina o domani sera; nel primo caso mi fermo a pranzo”.

$P$  : “Vengo domattina”  
 $Q$  : “Vengo domani sera”  
 $R$  : “Mi fermo a pranzo”

1.  $\neg P \rightarrow (Q \vee R)$
2.  $(P \vee Q) \rightarrow R$
3.  $(P \rightarrow Q) \wedge (P \vee R)$
4.  $(P \vee \neg Q) \rightarrow R$
5.  $(P \vee Q) \wedge (P \rightarrow R)$

**Esercizio 2** Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “Se Alma parte alle Maldive, allora ha venduto la sua automobile, o non ha pagato l’assicurazione”

$P$  : “Alma parte alle Maldive”  
 $Q$  : “Alma ha venduto la sua automobile”  
 $R$  : “Alma non ha pagato l’assicurazione”

1.  $\neg P \rightarrow Q$
2.  $P \rightarrow (Q \vee R)$
3.  $(P \rightarrow Q) \vee \neg R$
4.  $P \rightarrow (Q \vee \neg R)$
5.  $(P \vee Q) \rightarrow \neg R$
6. nessuna.

**Esercizio 3** Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “Il costo della vita cresce, e se anche il tasso di interesse sale, ci sarà crisi”, con l’ovvia scelta di  $P, Q, R$ .

---

\*Questi appunti sono una revisione delle varie note scritte da Giovanni Sambin, Giulia Battilotti, Claudia Faggian e Milly Maietti per i corsi di Logica Matematica presso l’Università di Padova, dal 2005 al 2009.

1.  $(P \wedge Q) \rightarrow R$
2.  $P \wedge (Q \rightarrow R)$
3.  $P \rightarrow (Q \wedge R)$
4.  $(P \rightarrow Q) \vee R$
5.  $P \wedge Q \wedge R$
6. nessuna.

**Esercizio 4** Formalizzare le frasi seguenti usando:  $P =$  “Il programma termina sull’input 5.” ed  $F =$  “Ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa.”

1. Il programma termina sull’input 5 perché ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa.
2. Ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa e quindi il programma termina sull’input 5.
3. Se ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa allora il programma termina sull’input 5.
4. Solo se ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa allora il programma termina sull’input 5.
5. Se e solo se ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa allora il programma termina sull’input 5.
6. Non si dà il caso che il programma termini sull’input 5 e che ad un certo punto la condizione del `while` non diventi falsa.
7. Se non si dà il caso che il programma non termini sull’input 5, allora il programma termina sull’input 5 oppure non si dà il caso che ad un certo punto la condizione del `while` diventi falsa.
8. Posto che se il programma termina sull’input 5 allora ad un certo punto la condizione del `while` diventa falsa, se non si dà il caso che la condizione del `while` diventi falsa allora il programma non termina sull’input 5.

Qualcuna delle proposizioni formali ottenute è tautologia?

**Esercizio 5** Formalizzare le frasi seguenti usando:  $S =$  “c’è il sole” e  $V =$  “vado a fare una passeggiata”.

1. Vado a fare una passeggiata perché c’è il sole.
2. C’è il sole e quindi vado a fare una passeggiata.
3. Se c’è il sole vado a fare una passeggiata.
4. Solo se c’è il sole vado a fare una passeggiata.
5. Se e solo se c’è il sole vado a fare una passeggiata.
6. Non si dá il caso che vada a fare una passeggiata e non ci sia il sole.

## 2 Formalizzazioni e Deduzioni

Nei seguenti esercizi, formalizzate con una rigorosa trascrizione nel linguaggio logico le argomentazioni proposte in linguaggio quotidiano. Sfruttando la vostra formalizzazione, discutete la correttezza delle argomentazioni, fornendo derivazioni formali ove possibile, evidenziando gli eventuali errori, esplicitando le eventuali assunzioni mancanti, precisando in quale logica (LJ o LK).

Ricordo che questo tipo di esercizi non ha una soluzione univoca: dipende dalla interpretazione che viene data ai comuni modi di dire. Cercate comunque di giustificare scelte fatte.

**Esercizio 6** Considerare le seguenti asserzioni:

1. Lavorando, si guadagna.
2. Senza lavorare, non si guadagna.
3. Si lavora senza guadagnare.
4. Si guadagna senza lavorare.

Formalizzare le asserzioni con connettivi proposizionali. Quali sono conseguenza una dell'altra? Quali sono contraddittorie fra loro?

**Esercizio 7** Da uno scambio di idee fra governo e opposizione di vari anni fa: Un rappresentante del governo dichiara: "Saremo anche ministri incompetenti, ma siamo onesti!" Il rappresentante dell'opposizione lo contraddice come segue: "Se siete incompetenti e fate i ministri siete disonesti!"

Esplicitare dove si trova la contraddizione fra le due affermazioni. Porre ad esempio  $A = \text{"essere competenti"}$ ,  $B = \text{"essere (fare i) ministri"}$  e  $C = \text{"essere onesti"}$ , considerando  $\neg A = \text{"essere incompetenti"}$  e  $\neg C = \text{"essere disonesti"}$ .

Tenendo valida l'affermazione dell'opposizione, dire allora quali valgono fra:

1. Se una persona è un ministro ed è onesta, non è incompetente.
2. Se una persona è un ministro ed è disonesta, è incompetente.
3. Se una persona è un ministro ed è competente, è onesta.
4. Per essere onesti essendo incompetenti è necessario non fare i ministri.
5. Per essere onesti essendo incompetenti è sufficiente non fare i ministri.

**Esercizio 8** (*Battilotti*) Formalizzate e discutete le seguenti affermazioni.

1. Il signor Rossi porta con sé l'ombrello quando piove. Oggi il signor Rossi non ha con sé l'ombrello. Allora non piove.
2. Il signor Rossi porta con sé l'ombrello quando piove oppure è raffreddato. Oggi il signor Rossi non ha con sé l'ombrello. Allora non piove e il signor Rossi non è raffreddato.
3. Il signor Rossi porta con sé l'ombrello quando piove oppure è raffreddato. Oggi il signor Rossi non ha con sé l'ombrello. Allora non piove oppure il signor Rossi non è raffreddato.
4. Il signor Rossi porta con sé l'ombrello quando piove ed è raffreddato. Oggi Rossi non ha con sé l'ombrello. Allora non piove oppure il signor Rossi non è raffreddato.
5. Il signor Rossi porta con sé l'ombrello quando piove ed è raffreddato. Oggi Rossi non ha con sé l'ombrello. Allora non piove e il signor Rossi non è raffreddato.

*N.B.* nel caso 4. non c'è una derivazione in LJ. Quando voi concludete che non piove oppure il signor Rossi non è raffreddato, siete in grado di stabilire effettivamente quale delle due vale? Questo è un problema! Vediamo di seguito un caso in cui la cosa è di estrema importanza.

**Esercizio 9** (*Battilotti*) Caso giudiziario dei coniugi Bebau (Torino, anni '50) – un po' romanzato per necessità logiche. I fatti appurati furono:

1. Uno dei due ha ucciso il signor  $X$ .
2. Non sono complici.

Questi “fatti” non hanno vera rilevanza giuridica: la colpevolezza va determinata individualmente, non per coppie! Al processo, i due si difesero individualmente, accusandosi a vicenda. La difesa di lei dimostrò che, se anche fosse stata lei, lui avrebbe dovuto essere suo complice. La difesa di lui dimostrò che, se anche fosse stato lui, lei avrebbe dovuto essere sua complice. Furono entrambi assolti. Fu uno smacco per la giustizia.

**Esercizio 10** Osserviamo come  $\vee$  sia un connettivo che traduce l'idea di “e” nel senso di “mancano tutti e due”.

Il carburante della mia macchina è *benzina o gas*. Se c'è carburante (non mi importa quale!), la mia macchina parte. Se manca carburante, la mia macchina non parte. Voglio sapere se la mia macchina domattina potrà partire. Controllo. C'è benzina. Allora c'è carburante, quindi la macchina partirà. Oppure: c'è gas. Allora c'è carburante, quindi la macchina partirà. Oppure ancora: manca la benzina e manca anche il gas. Questo vuol dire che manca carburante, quindi la macchina non partirà. Il principio di riflessione per  $\vee$  dice esattamente che “manca carburante”, cioè “manca - benzina o gas -” significa “mancano tutti e due”.

E questo è un ragionamento valido anche in LJ. Infatti in LJ si può derivare il seguente

$$\neg A \wedge \neg B \vdash \neg(A \vee B).$$

**Esercizio 11** (*Sambin*)

“Il filosofo entra  
e vi dimostra che deve essere così:  
se la prima è così [= è vera], e così è la seconda  
allora così è la terza e la quarta.  
Ma la prima e la seconda non sono  
non sarebbero neppure la terza e la quarta.”  
(*Goethe, Faust, iv scena, atto II, vv. 399-404*)

Ha ragione Mefistofele quando parla così?

**Esercizio 12** (*Sambin*) Tre logici ineccepibili, *Armanini*, *Bugliotti* e *Caruso*, vengono bendati da un notaio. Il notaio appunta sulla loro schiena una coccarda, prendendola a caso da un gruppo di 3 coccarde rosse e 2 nere. Poi dispone i logici in modo tale che Armanini possa vedere solo la schiena di Bugliotti e di Caruso, Bugliotti possa vedere solo la schiena di Caruso, e Caruso non veda niente. Infine, il notaio toglie le bende, e chiede ad Armanini: “Sai di che colore è la tua coccarda?”, e Armanini risponde: “No.” Anche Bugliotti, alla stessa domanda, risponde “No.” Infine il notaio ripete la stessa domanda a Caruso, che risponde: “Sì!”, e ne dice il colore.

Dire di che colore è la coccarda di Caruso, ma soprattutto ricostruire il ragionamento di Caruso con l'aiuto di una rigorosa analisi formale da specificare.

**Esercizio 13** (*Maietti*) Mario dialoga con Alberto come segue.

Mario afferma “Alberto, tu possiedi ci'ò che non hai ancora perduto. Giusto?”

Alberto risponde “Certamente!”

Mario chiede “Hai forse perduto una Ferrari?”

Alberto risponde “Certo che no!”  
Mario conclude “Dunque, tu possiedi una Ferrari.”

La conclusione di Mario ‘e corretta? Motivare la risposta

#### **Esercizio 14**

Bambina: “Come sono contenta che gli asparagi non mi piacciono.”  
Amico: “Perché carina?”  
Bambina: “Perché se mi piacessero, dovrei mangiarli... e invece non li sopporto!”  
(*Lewis Carroll*)

La ragione della bambina è valida?  
Motivate la risposta.

**Esercizio 15** Assumete le seguenti proposizioni:

- Se Paolo non va al cinema Barbara non ci va.
- Paolo non va al cinema se non ci va Barbara.
- Carlo va al cinema solo se ci va Paolo e non ci va Barbara.
- Barbara non va al cinema solo se ci va Carlo.

E cercate di dedurre le seguenti affermazioni:

1. Carlo non va al cinema.
2. Barbara va al al cinema.
3. Paolo va al cinema.
4. Se nessuno andasse al cinema, Carlo ci andrebbe.

#### **Esercizio 16**

Aldo afferma: “La non violenza risolve ogni conflitto”  
Marco commenta: “Solo un folle può dire quello che hai detto”

Marco pensa che Aldo sia un folle? Motivare la risposta formalmente.

**Esercizio 17** (*Maietti*) Deduzioni Varie. Tradurre in sequente le seguenti argomentazioni e verificare se sono derivabili (in LJ o LK)

1. O vinci o perdi. *Quindi* se non vinci allora perdi.
2. Se non vinci allora perdi. *Quindi* se non perdi allora vinci.
3. Non si dà il caso che il programma termini e non si esca dal ciclo. Si esce dal ciclo. *Quindi* il programma termina.
4. Solo se piove prendo l’ombrello. Non piove. *Quindi* non prendo l’ombrello.
5. Abbiamo sia pane che formaggio. *Quindi* abbiamo pane o formaggio.
6. Non si dà il caso che domenica prossima non vada né al mare né a camminare in montagna. *Quindi* domenica prossima vado al mare o a camminare in montagna.
7. Non si dà il caso che in questo paese se piove allora ci sia il sole. *Quindi* se in questo paese piove allora non c’è il sole.

8. Sia che io sia al lavoro o non sia al lavoro trascorro serenamente i miei giorni e sono felice. *Quindi* sono felice.
9. Se uno è mite e gentile allora è amabile. *Quindi* se uno non è gentile allora non è amabile e neppure mite.
10. Solo se un programma è corretto allora è utile. *Quindi* se un programma non è corretto allora non è utile.
11. Solo se un programma termina allora funziona.  $P$  è un programma che non termina. *Quindi*  $P$  è un programma che non funziona.
12. Solo se piove o sono stanco allora rimango a casa. Non rimango a casa. *Quindi* non piove e non sono stanco.
13. La segretaria non accende il computer solo se non deve scrivere una lettera o deve parlare con il capo. La segretaria deve scrivere una lettera. La segretaria non accende il computer. *Quindi* la segretaria non deve parlare con il capo.
14. Mario è scontento solo se non programma bene. *Quindi* se Mario è contento allora programma bene.
15. Un programma efficiente è difficile da scrivere. Un programma non efficiente è difficile da vendere. *Quindi* un programma è difficile da scrivere o difficile da vendere.
16. Le lezioni sono sospese se c'è un'assemblea studentesca o è giorno festivo. *Quindi* se non c'è un'assemblea studentesca e non è giorno festivo le lezioni non sono sospese.
17. Mario è bravo se programma bene. *Quindi* Mario non è bravo se non programma bene.
18. Vengo domani e facciamo una passeggiata. *Quindi* vengo domani o dopodomani e facciamo una passeggiata.
19. Se si lavora si guadagna. *Quindi* se non si lavora non si guadagna.
20. Se si lavora allora si guadagna. *Quindi* se non si dà il caso che non si lavori allora si guadagna.
21. Solo se abbiamo gas o benzina la nostra auto funziona. Mancano sia il gas che la benzina. *Quindi* La nostra auto non funziona.
22. Se la legge impedisce lo sciopero allora è ingiusta. Se la legge non impedisce lo sciopero allora è inutile. *Quindi* la legge è ingiusta o inutile.
23. Se la legge impedisce lo sciopero allora è ingiusta. Se la legge non impedisce lo sciopero allora è inutile. La legge o impedisce lo sciopero o non lo impedisce. *Quindi* la legge è ingiusta o inutile.
24. O la legge impedisce lo sciopero e quindi è ingiusta o non lo impedisce e quindi è inutile. *Quindi* la legge è ingiusta o inutile.
25. Non è vero che io non ti ami. *Quindi* ti amo.
26. Solo se nevicata non vado a sciare. Non nevicata. *Quindi* vado a sciare.

### 3 Alcune proposizioni per riflettere (G. Sambin)

1. Bruno va al cinema quando la sera è freddo ed i bar sono chiusi. Stasera è caldo e Bruno è al cinema, quindi i bar sono chiusi.
2. Il regolamento di una mensa scolastica dice: “Il giorno dopo aver mangiato minestra, si mangia pastasciutta.” Oggi s’è mangiato pastasciutta, quindi ieri s’è mangiato minestra, e domani pure toccherà.

Spiegare come è possibile che il regolamento sia soddisfatto anche se in dispensa ci sono solo spaghetti.

3. A: *Fammi sapere per tempo quando vieni, così ti preparo il pasticcio che ti piace.*

B: *Vengo domani o dopodomani, di sicuro. Se ti telefono stasera, vuol dire che vengo domani. Se vengo dopodomani, te lo faccio sapere domani.*

La mattina dopo, A: *Non mi ha chiamato. Quindi posso preparare il pasticcio domani.*

È giusta la deduzione di A? Potrebbe B esprimersi meglio?

4. “Se è giorno, fa chiaro; ora è notte, quindi non fa chiaro” (Hegel)

“Se è giorno, fa chiaro; ora è notte, quindi non è giorno” (Diogene Laerzio)

Chi dei due ha ragione? In che situazione si può vedere la differenza? Con che assunzione sono equivalenti? Dare una giustificazione formale di tutte le risposte.

5. Bianchi, Rossi e Neri sono sospettati di terrorismo. Le testimonianze rese sono:

Rossi è terrorista, Neri no.

Se Bianchi è terrorista, allora anche Neri

Neri non e’ un terrorista, ma almeno uno degli altri due sì.

È possibile che tutte le testimonianze siano vere? In tal caso, chi è terrorista e chi no? (Sugg: scrivere un’unica formula, e dire se è soddisfacibile).