

# Linguaggio Quotidiano e Logica Predicativa: Formalizzazioni\*

damiano.macedonio@univr.it

17 gennaio 2011

**Esercizio 1** Assumiamo i seguenti simboli di costanti e predicati:

$u$	: <i>Ungaretti</i>	$W(x, y)$	: “ $x$ ha scritto $y$ ”
$l$	: <i>Leopardi</i>	$B(x, y)$	: “ $x$ è più breve di $y$ ”
$m$	: <i>Mattino</i>	$P(x)$	: “ $x$ è una poesia”
$f$	: <i>Mio fiume anche tu</i>		
$i$	: <i>Infinito</i>		

1. Quale delle formule sotto rappresenta la proposizione “*Ungaretti ha scritto una poesia più breve di qualunque poesia di Leopardi.*”

- (a)  $\forall x(W(u, x) \rightarrow B(x, l))$
- (b)  $\forall x\exists x( B(x, y) \rightarrow (W(u, y) \wedge W(l, x)) )$
- (c)  $\forall x\forall y( (W(u, x) \wedge W(l, y)) \rightarrow B(x, y) )$
- (d)  $\exists x( P(x) \wedge W(u, x) \wedge \forall y( (P(y) \wedge W(l, y)) \rightarrow B(x, y) ) )$
- (e)  $\exists x\forall y( W(u, x) \rightarrow (W(l, y) \wedge B(x, y)) )$
- (f) nessuna

2. Formalizzare “*Mio fiume anche tu non è più breve di Infinito.*”

**Esercizio 2** Formalizzare le seguenti proposizioni.

- 1. “*Nessun essere umano è infallibile. I docenti sono esseri umani. Quindi, nessun docente è infallibile.*”
- 2. “*Non tutti gli uccelli volano.*”
- 3. “*Ulisse ha amato un’unica donna.*”
- 4. “*Ogni bambino è più giovane di sua madre.*”
- 5. “*Alice e Bob hanno la stessa nonna materna.*”
- 6. “*Solo un super-eroe può salvare il mondo.*”
- 7. “*Solo SuperPippo può salvare il mondo.*”
- 8. “*Di mamme ce n’è una sola.*”

---

\*Questi appunti sono una revisione delle varie note scritte da Giovanni Sambin, Giulia Battilotti, Claudia Faggian e Milly Maietti per i corsi di Logica Matematica presso l’Università di Padova, dal 2005 al 2009.

- Verificare formalmente se 2.1 è corretta.
- Dalle proposizioni 2.6 e 2.7 possiamo dedurre che “*SuperPippo è un super-eroe*”?

**Esercizio 3** Formalizzare le seguenti proposizioni, e dire se sono derivabili, specificando in che logica.

1. “*Qualcuno sta mangiando e leggendo, qualcuno sta mangiando e guardando la TV, quindi qualcuno sta leggendo e guardando la TV.*”
2. “*Ognuno ama qualcuno, quindi qualcuno è amato da tutti.*”

**Esercizio 4** (1, 2, 3, ... contiamo con il predicato di uguaglianza)

Formalizzate le seguenti proposizioni.

- “*P è soddisfatto da un solo elemento*” (Il corso ha un docente)
- “*P è soddisfatto esattamente da due elementi*” (La casa propone due primi piatti)
- “*P è soddisfatto esattamente da tre elementi*”...

**Importante:** a volte è utile scomporre le affermazioni precedenti in due affermazioni:

- 1. “*esiste almeno un elemento*” (il corso ha almeno un docente):  $\exists x P(x)$
- 2. “*esiste al più un elemento*” (il corso ha al più un docente):  $\forall x \forall y ( (P(x) \wedge P(y)) \rightarrow (x = y) )$
- Dimostrate che la congiunzione delle due formule al punto precedente è equivalente a

$$\exists x ( P(x) \wedge \forall y (P(y) \rightarrow x = y) )$$

- 1. “*ci sono almeno due primi piatti* (ci sono almeno due elementi)
- 2. “*ci sono al più due primi piatti* (ci sono al più due elementi)

**Esercizio 5** Siano  $a$  per Antonio e  $b$  per Bruno. Sia  $F(x, y)$  : “ $x$  è figlio di  $y$ .” Specificando quali ambiguità vanno chiarite:

1. scrivere formalmente che Antonio è cugino del padre di Bruno;
2. scrivere formalmente che Antonio è il figlio unico del padre di Bruno, e dimostrare formalmente che questo implica che Antonio e Bruno sono la stessa persona;
3. supponendo che  $\exists z \exists w \exists t (F(w, z) \wedge (F(w, a) \wedge F(t, z) \wedge F(t, b))$  sia vera, dire di che sesso dev’essere la  $z$  che esiste. Esprimere a parole che relazione vale in tal caso tra Antonio e Bruno.

**Esercizio 6** (*Maietti*) Deduzioni Varie. Tradurre in sequente le seguenti argomentazioni e verificare se sono derivabili (in LJ o LK)

1. Se uno è mite e gentile allora è amabile. *Quindi* se uno non è gentile allora non è amabile e neppure mite.
2. Non tutti i programmi hanno un ciclo. Se un programma non ha un ciclo termina. *Quindi* qualche programma non termina.
3. Tutti, se piove, si riparano. *Quindi* tutti si riparano se piove.
4. Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero. *Quindi* c’è qualcuno di cui nessuno è più alto.
5. Non si dà il caso che qualcuno sia più alto di Piero. *Quindi* Nessuno è più alto di Piero.

6. Solo un italiano o un francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia. Marc non è italiano. Marc partecipa al programma di scambio culturale Italia-Francia. *Quindi* Marc è francese.
7. Se uno è italiano o francese può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia. Marc non è italiano. Marc può partecipare al programma di scambio culturale Italia-Francia. *Quindi* Marc è francese.
8. Solo se un programma termina allora funziona.  $P$  è un programma che non termina. *Quindi*  $P$  è un programma che non funziona.
9. Nessuno è più bravo di Giorgio. *Quindi* Se qualcuno è più bravo di Giorgio allora tutti sono più bravi di Giorgio.
10. Tutti quelli che commettono un'ingiustizia sono moralmente colpevoli. Tutti quelli che evadono il fisco commettono un'ingiustizia. *Quindi* tutti quelli che evadono il fisco sono moralmente colpevoli.
11. Sui numeri pari il programma scritto da Mario si ferma. 3 non è un numero pari. *Quindi* su 3 il programma scritto da Mario si ferma.
12. C'è qualcuno che scherza. Tutti ridono. *Quindi* Quelli che non scherzano ridono.

**Esercizio 7** Si assumano le seguenti asserzioni:

- a. Se Paolo va a fare una nuotata allora Carlo ci va.
- b. Barbara va a fare una nuotata solo se ci va Paolo.
- c. Se Mario va a fare una nuotata allora Paolo non ci va.
- d. Se qualcuno va a fare una nuotata allora Paolo non ci va.
- e. Se Carlo non va a fare una nuotata allora Barbara ci va.
- f. Anna va a fare una nuotata.

*Suggerimento:* usare  $N(x) = "x \text{ va a fare una nuotata}"$ ,  $p = \text{Paolo}$ ,  $c = \text{Carlo}$ ,  $m = \text{Mario}$ .

Stabilire se le seguenti asserzioni sono derivabili:

- g. Paolo non va a fare una nuotata.
- h. Barbara non va a fare una nuotata.
- i. Carlo va a fare una nuotata.

**Esercizio 8** Si assumano le seguenti asserzioni:

- a. Ogni persona tifosa di una squadra di calcio è tifosa di una sola squadra.
- b. Non tutti sono tifosi di una squadra di calcio.
- c. Esistono persone tifose di una squadra di calcio diversa dalla Juventus.
- d. Carlo non è tifoso dell'Inter ma è un tifoso della Juventus o del Milan.
- e. la Juventus è diversa dal Milan.

*Suggerimento:* si usi  $T(x, y) = "x \text{ è persona tifosa della squadra di calcio } y"$ .

Stabilire se le seguenti asserzioni sono derivabili.

- f. Se Carlo non è tifoso della Juventus allora è tifoso del Milan.
- g. Esistono tifosi di una squadra di calcio.
- h. Se tutti fossero tifosi allora tutti sarebbero tifosi della Juventus.
- i. Se qualcuno è tifoso della Juventus allora non è tifoso del Milan.
- j. Tutti sono tifosi.

**Esercizio 9** Assumendo gli assiomi definiti per il predicato di uguaglianza, stabilire quali tra le seguenti formule sono *valide*, *soddisfacibili* o *insoddisfacibili*.

1.  $\forall x \exists y (A(x) \vee x = y)$
2.  $\exists (\perp \rightarrow x \neq x)$
3.  $\exists x \forall y (x = y)$
4.  $\neg \exists x (x = x)$
5.  $\exists x x = c$
6.  $\forall x (x = x) \rightarrow \exists x A(x)$
7.  $\forall y \forall x ((y = z) \rightarrow (x = z))$
8.  $\forall y \forall x \forall z ((x = y) \wedge (y = z)) \rightarrow (x = z)$
9.  $\forall y \forall x \forall z ((x = y) \wedge (z = y)) \rightarrow (x = z)$
10.  $\forall x ((x = y) \wedge B(x)) \rightarrow B(y)$
11.  $\neg \exists x ((x = y) \wedge B(x)) \rightarrow B(y)$
12.  $\forall x \forall z \exists y (y = x) \rightarrow (y = z)$
13.  $\forall x \forall z \exists y (y = z) \rightarrow (z = x)$