



Linguaggio Proporzionale

Esercizio 1.

Discutete perché il sequente $(\neg B \rightarrow \neg A) \vdash (A \rightarrow B)$ non è derivabile in LJ.

Esercizio 2.

Fornite una derivazione in LJ dei sequenti

- $(A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A) \vdash A \rightarrow \neg B$
- $\neg B \rightarrow \neg A, \neg(A \rightarrow B) \vdash \perp$

Esercizio 3.

Considerate la semantica della logica classica e discutete se le seguenti asserzioni sono equivalenti:

- $A \models B$
- Se $\models A$ allora $\models B$

Linguaggio Predicativo

Esercizio 4.

Fornite una derivazione in LJ dei sequenti elencati. Nel caso non sia possibile, discutete perché non esiste una derivazione in LJ e fornite una in LK. Se non è possibile dare una derivazione neppure in LK discutetene il motivo.

- $\exists x(A(x) \wedge \forall x\neg A(x)) \vdash \perp$
- $\exists x(A(x) \wedge \neg\forall xA(x)) \vdash \perp$
- $\vdash \exists x(\exists xA(x) \rightarrow A(x))$

Esercizio 5.

Riscrivete in forma normale prenessa le formule che compaiono nei sequenti dell'esercizio 4.

Linguaggio Quotidiano

Esercizio 6.

Nel 2005 molti hanno cominciato a pensare che le “prove” sugli armamenti dell’Iraq, date nel 2003 per giustificare l’inizio della guerra, fossero state prodotte artificialmente. Per rispondere alle accuse, il primo ministro Blair ha detto (più o meno testuale):

“Non ho mai mentito sugli armamenti dell’Iraq. Un primo ministro serio che avesse mentito su tale questione si sarebbe dimesso. Ed io invece non mi sono dimesso.”

Ora siete più convinti di prima che non abbia mentito? Per giustificare la risposta, formalizzare l’argomento, e spiegare se la prima affermazione è davvero conseguenza logica delle altre due. È possibile esprimere la situazione con il linguaggio formale della logica proposizionale.

Esercizio 7.

Si assumano i seguenti predicati (o relazioni):

$FS(x, y)$: “ x è fratello/sorella di y ”
 $Min(x, y)$: “ x è più giovane di y ”
 $F(x, y)$: “ x è figlio/a di y ”

Definite il predicato

$Z(x, y)$: “ x è zio/a di y ”.

Esprimere formalmente le seguenti:

- “Un figlio è più giovane dei suoi genitori.”
- “Può succedere che uno zio sia più giovane di suo nipote.”
- “Un fratello di Bruno è più vecchio di ogni suo zio.” (usate la costante b per Bruno)
- “Ogni Zio di Bruno è più giovane dei suoi genitori.” (c’è un solo modo sensato di intenderla)
- “Ada e Bruno hanno la stessa età.” (usate la costante a per Ada)

Esprimete in italiano corrente il significato delle seguenti formule:

f. $\exists x(FS(x, b) \wedge \forall y(Z(y, x) \rightarrow Min(y, x)))$

Cesira è la madre di Bruno, e di tutti i suoi fratelli e sorelle. In base a quanto espresso dalla formula sopra, è possibile che Cesira sia la secondogenita della sua famiglia?

g. $\exists z(Z(z, a) \wedge \forall w((Z(w, a) \wedge Min(a, w)) \rightarrow w = z))$