

Ad ogni gruppo è assegnato uno dei seguenti problemi. Dopo aver formalizzato il problema descrivete, in pseudocodice, un algoritmo che lo risolve. Dimostrate la correttezza e studiate la complessità dell'algoritmo proposto. Implementate l'algoritmo che avete proposto usando un linguaggio di programmazione a scelta. Discutete le strutture e le procedure usate.

1 Medici Senza Weekend

State aiutando l'associazione "Medici Senza Weekend" per organizzare i turni dei medici in un grande ospedale. La pianificazione delle giornate regolari è già stata fatta, ora bisogna gestire le giornate speciali. In particolare bisogna assicurare la presenza di almeno un medico per coprire ogni giorno festivo.

Ecco come funziona. Ci sono k periodi di vacanza (ad esempio la settimana di Natale, il weekend di Pasqua, il ponte del primo maggio...), ognuno dei quali è distribuito su diversi giorni consecutivi. Sia d_j l'insieme dei giorni che formano il j -esimo periodo di vacanza, diremo che l'unione $\bigcup_j D_j$ definisce i giorni festivi.

Ci sono n medici in servizio nell'ospedale, ognuno di essi ha fissato un insieme S_i di giorni festivi in cui offre disponibilità a prestare servizio. (Tale insieme potrebbe includere certi giorni di un periodo di ferie, ma non tutti. Per esempio, un medico potrebbe dare la disponibilità per il sabato e la domenica della settimana di Pasqua, ma non il lunedì di Pasquetta.)

Disegnate un algoritmo che elabori queste informazioni in tempo polinomiale e determini se è possibile selezionare un singolo medico per ogni giorno festivo in modo da soddisfare i seguenti vincoli:

- Fissato un parametro c , ogni medico dovrebbe lavorare al massimo c giorni festivi, scelti tra quelli in cui ha dato la disponibilità.
- Per ogni periodo di vacanza j , ogni medico deve lavorare al massimo un giorno di quelli inclusi nell'insieme D_j . (In altre parole, anche se un medico può lavorare in vari giorni festivi durante l'anno, non può però lavorare due o più giorni nella settimana di Natale, o due o più giorni nel weekend di Pasqua...)

L'algoritmo deve ritornare la distribuzione dei medici che soddisfa questi vincoli o segnalare (in maniera corretta) che una tale distribuzione non è possibile.

Suggerimento. La complicazione è data dal fatto che ogni medico può prestare servizio un solo giorno per ogni periodo di vacanza. Iniziate a studiare il problema nel caso più semplice: rilassate il vincolo (b) per cui ogni medico può lavorare un solo giorno in ogni periodo di vacanza. Ovvero, studiate il problema nel caso in cui ogni medico i ha un insieme S_i di disponibilità al lavoro e può prestare effettivamente servizio per un massimo di c giorni festivi.

2 Streaming TV

Vi è dato un grafo orientato G , un vertice sorgente s (i.e., un server nel web) e un insieme T di vertici (i.e., i vari computer degli utenti). Si vuole mandare in broadcast il maggior numero di programmi TV simultaneamente dal server agli utenti. Un singolo broadcast è un cammino dal server a uno dei clienti. Il vincolo da rispettare è che nessun arco e nessun nodo (eccetto il nodo server) può avere due stream che lo attraversano. Disegnate un algoritmo che in tempo polinomiale

- calcola il massimo numero programmi che possono essere offerti in simultanea dal server;
- computa l'insieme dei k cammini di broadcast che possono partire dal server, dove k è il valore calcolato in (a).

Suggerimento. La complicazione è data dal fatto che i cammini non possono condividere i vertici. Iniziate a studiare il problema nel caso più semplice: rilassate il vincolo che i cammini non possono condividere nodi. Ovvero cercate il maggior numero di cammini che non condividono archi, ma che possono condividere nodi.