



Analisi e Progetto di Algoritmi
a.a. 2010/2011
Appello 18 Gennaio 2011

tempo a disposizione: 2:30 h
giustificare tutte le risposte
consegnare solo la 'bella'

Cognome:	Nome:	matricola: e-mail:
-----------------	--------------	-------------------------------------

Esercizio 1	Esercizio 2	Esercizio 3	Esercizio 4	Esercizio 5	Totale

Esercizio 1.

Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato e connesso, con w funzione peso. Si provi (con una dimostrazione formale) o si confuti (con un contro-esempio) ciascuna delle seguenti affermazioni:

- a. Sia (a, b) arco di G di peso *strettamente minore* di ogni altro arco di G . Allora ogni MST di G contiene (a, b) .
- b. Sia (c, d) arco di G di peso *strettamente maggiore* di ogni altro arco di G . Allora nessun MST di G contiene (c, d) .

Cognome:

Nome:

Matricola:

Esercizio 2.

Sia $G = (V, E)$ un grafo che soddisfa le ipotesi di lavoro dell'algoritmo di Dijkstra.

a. Dato $v \in V$, si sfrutti l'algoritmo di Dijkstra per determinare il minimo peso di un ciclo semplice che include v .

b. Si implementi quindi un algoritmo che calcoli il minimo peso di un ciclo semplice di G .

Si discuta correttezza e complessità delle soluzioni proposte.

Cognome:

Nome:

Matricola:

Esercizio 3. Si consideri il grafo pesato G rappresentato dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & \infty & 3 \\ 2 & 0 & 8 & \infty & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & \infty & \infty & 0 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

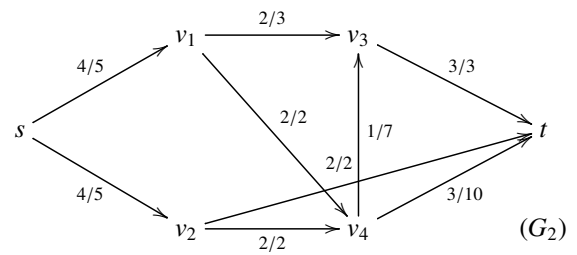
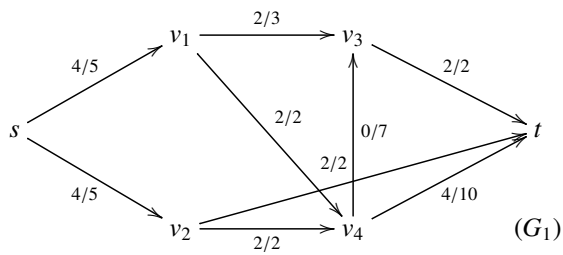
- a. Descrivere l'algoritmo di Floyd-Warshall che risolve il problema dei cammini minimi tra tutte le coppie di vertici.
- b. Si simuli l'esecuzione dell'algoritmo di Floyd-Warshall su G .

Cognome:

Nome:

Matricola:

Esercizio 4. Si considerino le seguenti reti di flusso G_1, G_2 , con sorgente s e pozzo t , sulle quali sono già definiti due flussi f_1, f_2 . Ogni arco è etichettato come flusso/capacità e i valori negativi sono implicitamente assunti.



- a. Determinare se il flusso f_1 è massimo (motivare la risposta).
- b. Determinare se il flusso f_2 è massimo (motivare la risposta).
- c. Nel caso uno dei flussi precedenti non sia massimo, lo si massimizzi sfruttando il metodo di Ford-Fulkerson.

Cognome:

Nome:

Matricola:

Esercizio 5.

a. Descrivere il problema di decisione "CLIQUE".

b. Si ipotizzi l'esistenza di un algoritmo \mathcal{A} che risolve CLIQUE in tempo polinomiale. Cosa possiamo dire del problema di decisione INDEP-SET che riceve in input la coppia (G, k) , dove G è un grafo ed k un intero, e si chiede se G contiene un insieme indipendente di dimensione k ?

c. L'esistenza dell'algoritmo \mathcal{A} (descritto al punto *b.*) ha delle ripercussioni sulle classi di complessità per i problemi di decisione? Dare una descrizione dettagliata della situazione che si andrebbe a delineare.