

**Parte I.** (33 punti) Il tempo a disposizione è 2:30 h. Giustificare tutte le risposte, usando anche il retro del foglio, e consegnare solo la 'bella'.

- (6<sup>pts</sup>) **1.** Supponendo che il caso base sia  $O(1)$  si calcoli l'andamento asintotico delle seguenti equazioni di ricorrenza.
- (a) (2 pts)  $A(n) = 4A(n/2) + n^2 \log n$ .
  - (b) (2 pts)  $B(n) = 4B(n/2) + n^2$ .
  - (c) (2 pts)  $C(n) = nC(n-1)$ .

6 pts

- (12<sup>pts</sup>) **2.** Si consideri il seguente algoritmo.

---

**Algorithm 1:** Stooge(array  $L[1 \dots n]$ , int  $i$ , int  $j$ )

---

```
1 if  $L[j] < L[i]$  then
2   | scambia  $L[j]$  con  $L[i]$ ;
3 if  $(j - i) > 1$  then
4   |  $t \leftarrow (j - i + 1)/3$ ;
5   | Stooge( $L, i, j - t$ );
6   | Stooge( $L, i + t, j$ );
7   | Stooge( $L, i, j - t$ );
8 return  $L$ 
```

---

12 pts

- (a) (4 pts) Si descriva come funziona.
- (b) (4 pts) Si descrivano le proprietà dell'output prodotto.
- (c) (4 pts) Si studi la complessità temporale.

- (6<sup>pts</sup>) **3.** Sia  $G = (V, E)$  un grafo non orientato e connesso, con  $w$  funzione peso. Si provi (con una dimostrazione formale) o si confuti (con un contro-esempio) ciascuna delle seguenti affermazioni:
- (a) (3 pts) Sia  $(a, b)$  arco di  $G$  di peso *strettamente minore* di ogni altro arco di  $G$ . Allora ogni MST di  $G$  contiene  $(a, b)$ .
  - (b) (3 pts) Sia  $(c, d)$  arco di  $G$  di peso *strettamente maggiore* di ogni altro arco di  $G$ . Allora nessun MST di  $G$  contiene  $(c, d)$ .

6 pts

- (6<sup>pts</sup>) **4.** Si consideri il grafo pesato  $G$  rappresentato dalla seguente matrice:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & \infty & 3 \\ 2 & 0 & 8 & \infty & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & \infty & \infty & 0 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

6 pts

- (a) (3 pts) Si descriva l'algoritmo di Floyd-Warshall per risolvere il problema dei cammini minimi tra tutte le coppie di vertici.
- (b) (3 pts) Si simuli l'esecuzione dell'algoritmo di Floyd-Warshall su  $G$ .

- (3<sup>pts</sup>) **5.** Spiegare informalmente le classi di complessità  $P$  ed  $NP$ . Spiegare il significato di  $NP$ -completezza. (Usare anche il retro del foglio).

3 pts