

PROVA PRATICA DI CALCOLO NUMERICO
per MATEMATICA APPLICATA E INFORMATICA MULTIMEDIALE

Prof. Stefano De Marchi, Dott. Marco Caliari

Verona, 5 Settembre 2008

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio o file che intende consegnare cognome, nome e numero di matricola. Dovrà inoltre produrre uno o più files `.m` contenenti tutte le istruzioni, **dettagliatamente** commentate, necessarie al completo svolgimento degli esercizi. Tutti i files, opportunamente compressi, devono essere inviati via email a `marco.caliari@univr.it`.

1. Si consideri la funzione $f(x) = (1.5x + \tan(x) - 0.1)^2$ nell'intervallo $[0, \pi/6]$.

- (a) Dimostrare che l'equazione $f(x) = 0$ ha almeno una soluzione ξ nell'intervallo specificato.
- (b) Determinare la molteplicità della soluzione ξ .
- (c) Calcolare un'approssimazione ξ_1 di ξ con un metodo del primo ordine, con una tolleranza per la stima dell'errore assoluto pari a 10^{-6} .
- (d) Calcolare una approssimazione ξ_2 di ξ con un metodo del secondo ordine, con una tolleranza per la stima dell'errore assoluto pari a 10^{-12} .

2. Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

- (a) Dire, senza eseguire calcoli, se il metodo iterativo di Gauss–Seidel per un sistema di matrice A converge. Motivare la risposta.
- (b) Calcolare, mediante il metodo delle potenze con tolleranza per la stima di errore assoluto pari a 10^{-12} , il primo e il secondo autovalore di modulo massimo, rispettivamente λ_1 e λ_2 , della matrice di iterazione del metodo di Gauss–Seidel.
- (c) Mostrare che l'errore $|\lambda_1 - \lambda_1^{(k)}|$ (essendo $\lambda_1^{(k)}$ l'approssimazione di λ_1 al passo k del metodo delle potenze) è proporzionale a $|\lambda_2/\lambda_1|^k$.

3. Si consideri la funzione $f(x) = \frac{\sin(3x)}{\tan(x)}$ nell'intervallo $[\pi/10, \pi/3]$.

- (a) Sire quanti punti sono necessari per calcolare

$$\int_{\pi/10}^{\pi/3} f(x) dx$$

con il metodo dei trapezi composito a meno di $\text{tol} = 10^{-6}$.

- (b) Si calcoli con il metodo dei trapezi composito adattivo l'integrale sempre con $\text{tol} = 10^{-6}$.
- (c) Usando come valore esatto il valore dell'integrale ottenuto con `quad`, si dica qual è l'errore assoluto commesso.

◇◇

Tempo: **3 ore**.