PROVA PRATICA di CALCOLO NUMERICO

per Matematica Applicata e Informatica Multimediale
Prof. Stefano De Marchi, Dott. Marco Caliari
`Verona, 22 luglio 2008`

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio o file che intende consegnare cognome, nome e numero di matricola. Dovrà inoltre produrre uno o più files `.m` contenenti tutte le istruzioni, **dettagliatamente** commentate, necessarie al completo svolgimento degli esercizi. Tutti i files, opportunamente compressi, devono essere inviati via email a `marco.caliari@univr.it`.

1. Sia data la funzione $f_\lambda(x) = e^x - \sqrt{\lambda - x^2}$ nel proprio insieme di definizione D_λ, ove $\lambda > 0$.

   (a) Dimostrare che l'equazione $f_2(x) = 0$ ha esattamente due zeri, indicati con α_1 e α_2, $\alpha_1 < \alpha_2$.

   (b) Dati due punti $x_0^-, x_0^+ \in D_2$, $x_0^- < \alpha_2$ e $x_0^+ > \alpha_2$, quale garantisce la convergenza del metodo di Newton alla radice α_2 dell'equazione $f_2(x) = 0$? Motivare la risposta.

   (c) Implementare il metodo di Newton e approssimare la radice α_2 con una tolleranza per l'errore assoluto pari a 10^{-8}, partendo da un opportuno punto iniziale. Confermare con degli esempi la risposta data al punto precedente.

   (d) Proporre una funzione di iterazione per il metodo di punto fisso e dire se essa garantisce la convergenza alla radice α_2 della medesima equazione. Motivare la risposta.

   (e) Trovare il valore di λ per cui $f_\lambda(x) = 0$ ammette due radici coincidenti $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$ *(Sugg.: una funzione ammette due radici coincidenti α quando anche la sua derivata si annulla in α...).*

2. Si considerino i dati forniti dalla funzione `titanium`, usata in Matlab come dati test (usare `[x,y]=titanium`).

   - Implementare l'interpolazione in forma di Newton e testarla sui dati `[x,y]`. Commentare i risultati.
   - Si costruisca una spline cubica con condizioni "not-a-knot" a partire dai dati `[x,y]` e la si valuti su 49 nodi di Chebyshev–Lobatto dell'intervallo `[min(x),max(x)]`.
   - Si calcoli, mediante il metodo dei trapezi composito, l'area sottesa sia dai dati iniziali che dai dati ottenuti con l'interpolante spline cubica.
   - Qual è l'errore relativo tra l'area sui dati iniziali e quella ottenuta con l'interpolante spline?

◊◊

Tempo: **3 ore**.