

Prima prova parziale di ANALISI MATEMATICA I

Compito A

Prof. S. De Marchi, Dott. M. Caliari e Dott. V. Recupero

Verona, 9 gennaio 2006

Il candidato dovrà scrivere su **ogni** foglio il cognome, nome, numero di matricola. I fogli saranno forniti da chi fa assistenza. **Consegnare fogli leggibili!**

1. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n \log \left(\frac{n!-1}{n!} \right)}{\sin \left(\frac{\log(1+n)}{n} \right)}$$

2. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} + \sinh x}{\log^2 |x| - \cos x}.$$

3. Calcolare gli eventuali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 + e^{\frac{1}{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ a^3 & \text{se } x = 1 \\ \frac{\cosh(bx - b) - 1}{(1-x)^2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

è continua.

4. *Facoltativo per gli Informatici Multimediali e obbligatorio per i Matematici.*

- (i) Dimostrare che

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2), \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

- (ii) Sia $z = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ allora per ogni $n \in \mathbb{N}$ si provi che vale

$$2 \cos(n\theta) = z^n + \frac{1}{z^n}, \quad 2i \sin(n\theta) = z^n - \frac{1}{z^n}.$$

- (iii) Trovare tutte le soluzioni complesse dell'equazione:

$$(z|z|)^2 + 2i\bar{z} = 0.$$

Tempo: 1.5 ore per i Multimediali e 2 ore per i Matematici.

Usare solo carta a penna!