S14-Algebra, Congresso UMI 2023
Aula A - Polo Fibonacci

Lunedì 4 settembre

15.00
Francesca Mantese, Università di Verona
Irreducible representations of the free algebra $K<x_1,\ldots,x_n>$ *through Leavitt Path Algebras*
15.20
Alessio Caminata, Università di Genova
Solving Multivariate Polynomial Systems in Cryptography with Groebner Bases
15.40
Lorenzo Stefanello, Università di Pisa
Skew braces: From the Yang–Baxter equation to Hopf–Galois structures
16.00
Marco Trombetti, Università di Napoli
σ-Subnormalità nei gruppi localmente finiti
16.20
Marialaura Noce, Università di Salerno
Hausdorff dimension of groups acting on trees
16.40
Luca Di Gravina, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf
Operatori di chiusura per reticoli di sottogruppi e funzione di Möbius

Martedì 5 settembre mattina

11.00
Francesco Matucci, Università di Milano-Bicocca
Embeddings into finitely presented simple groups
11.20
Matteo Tarocchi, Università di Milano-Bicocca
Gruppi di tipo Thompson che agiscono su frattali
11.40
Luca Sabatini, Alfréd Rényi Institute of Mathematics
Expander graphs from group theory
12.00
Sonia L'Innocente, Università di Camerino
*The universal *-regular R-ring*
12.20
Lleonard Rubio y Degrassi, Uppsala University
First Hochschild cohomology and the fundamental group
12.40
Francesca Fedele, University of Leeds
Representation theory of super cluster algebras

Martedì 5 settembre pomeriggio

16.45
Sergio Pavon, Università di Padova
Relative additive functions on abelian categories
17.05
Alan Cigoli, Università di Torino
Cohomology of groups, a categorical perspective
17.25
Giovanna Le Gros, Università di Padova
Generalisations of Bass' Theorem P over commutative rings
17.45
Alessio D'Alì, Politecnico di Milano
Sulla proprietà di Koszul per algebre artiniane Gorenstein
18.05
Daniele Nemmi, Università di Padova
Minimal generating sets of finite groups
18.25
Carmine Monetta, Università di Salerno
Grafi associati a gruppi finiti

Mercoledì 6 settembre

11.00
Federico Bambozzi, Università di Padova
Matematica bornologica e condensata
11.20
Anna Barbieri, Università di Verona
Quotient Ginzburg categories
11.40
Alessio Sammartano, Politecnico di Milano
Aspetti algebrici e combinatorici degli schemi di Hilbert
12.00
Carmelo Finocchiaro, Università di Catania
Ideali primi di prodotti infiniti di anelli commutativi
12.20
Giulio Peruginelli, Università di Padova
Domini di Dedekind polinomiali con campi residui finiti
12.40
Dario Spirito, Università di Udine
Uso di insiemi derivati in algebra commutativa

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Matematica bornologica e condensata.

Federico Bambozzi
Dipartimento di Matematica, Università degli studi di Padova

Nei lavori [3] e [4], Clausen e Scholze hanno proposto un nuovo approccio all'algebra topologica usando come punto di partenza il sito pro-étale del punto. Tale teoria non solo permette di superare alcune difficoltà incontrate nell'approccio ordinario all'algebra topologica, permette inoltre di sviluppare una teoria degli schemi e una teoria degli schemi derivati che comprende la geometria analitica, sia complessa che non-Archimedea, come caso particolare. Nei lavori [1] e [2], Io, Ben-Bassat e Kremnzier abbiamo proposto una teoria che, estendendo la teoria delle algebre di Banach alle algebre bornologiche complete, permette di ottenere progressi simili e, analogamente, una teoria degli schemi e schemi derivati in questo contesto, in cui la geometria analitica, sia complessa sia non-Archimedea, è contenuta naturalmente. Ambedue questi approcci hanno portato alla risoluzione di una patologia fondamentale della teoria degli spazi di Huber, detta "sheafyness problem". Inoltre, una ispezione attenta dei lavori citati rivela una profonda analogia e similitudine di idee fondamentali nei due approcci, che sono presentati con un linguaggio molto diverso. Nella mia comunicazione, spiegherò come i due approcci possono essere visti come due casi particolari di teorie algebriche nel senso di Lawvere. Questa osservazione permette di costruire una coppia di funtori aggiunti fra le due teorie. Se denotiamo con **DBornAn** la categoria degli spazi analitici bornologici derivati definita in [1] e con **DCondAn** la categoria degli spazi analitici condensati derivati definita in [4], il risultato principale della mia comunicazione è il seguente.

Teorema. *Esiste una coppia di funtori aggiunti*

$$\mathbf{DBornAn} \rightleftarrows \mathbf{DCondAn}.$$

Bibliografia

[1] Bambozzi F., Ben-Bassat O., Kremnizer K. "*Analytic Geometry over $\mathbb{F}_1$ and the Fargues-Fontaine curve*", Advances in Mathematics, Volume 356, 7 November 2019.

[2] Ben-Bassat O., Kremnizer K., "*Non-Archimedean analytic geometry as relative algebraic geometry*", Annales de la Faculté des sciences de Toulouse: Mathématiques. Vol. 26. No. 1. 2017.

[3] Scholze P. "*Lectures on Condensed Mathematics*", available at https://www.math.uni-bonn.de/people/scholze/Condensed.pdf

[4] Scholze P. "*Lectures on Analytic Geometry*", available at https://www.math.uni-bonn.de/people/scholze/Analytic.pdf

E–mail: `federico.bambozzi@unipd.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Quotient Ginzburg categories

Anna Barbieri[1]
Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita", Università di Padova
Martin Möller, Jeonghoon So
Institut für Mathematik, Goethe-Universität Frankfurt
Yu Qiu
Yau Mathematical Sciences Center, Tsinghua University (Beijin)

Ginzburg categories are triangulated categories defined from the path algebra of certain finite graded quivers with potential. They have the property of being Calabi-Yau and give a "categorical" interpretation of the operation of mutation of quivers, and they are of particular interests when the underlying quiver is constructed from the tiling of a marked surface.

I will present some results concerning Verdier (and Drinfeld) quotients of Ginzburg categories, with a focus on their bounded t-structures and on how they are associated with weighted marked surfaces.

[1]Lavoro parzialmente svolto nell'ambito dell'ERC Consolidator Grant ERC-2017-CoG-771507, StabCondEn

E–mail: `anna.barbieri7@gmail.com`.

Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Solving Multivariate Polynomial Systems in Cryptography with Gröbner Bases

Alessio Caminata[1]
Dipartimento di Matematica, Università di Genova
Elisa Gorla
Institut de Mathématiques, Université de Neuchâtel

As computational problems can often be modelled via polynomial equations, several security estimates in Cryptography depend on the complexity of polynomial system solving. The solutions of a system of polynomial equations over a finite field can be computed in polynomial time from a lexicographic Gröbner basis of the system. Nowadays, the most efficient algorithms to compute Gröbner bases belong to the family of linear–algebra–based algorithms, for example F4/F5 and the family of XL Algorithms. The complexity of these algorithms is bounded from above by a known function of the **solving degree**, which is the highest degree of the polynomials appearing during the computation. However, finding the solving degree of a system without computing its Gröbner basis is often hard. This motivated the introduction of several algebraic invariants related to the solving degree (degree of regularity, last fall degree,. . .).

In this talk, I will present some of my recent work with Elisa Gorla where we study the relations that hold among these invariants. We prove that for any degree-compatible term order the solving degree of a system is the maximum between its last fall degree and the largest degree of an element in a reduced Gröbner basis of the system. Moreover, under suitable genericity assumptions we show that the solving degree of a system is bounded from above by the Castelnuovo–Mumford regularity of the ideal generated by the homogenization of the polynomials of system.

Bibliografia

[1] A. Caminata, E. Gorla, "Solving multivariate polynomial systems and an invariant from commutative algebra", Arithmetic of Finite Fields, 8th International Workshop, J.C. Bajard and A. Topuzoglu Eds, Lecture Notes in Computer Science, 12542 LNCS, pp. 3–36, Springer, 2021.

[2] A. Caminata, E. Gorla, "Solving degree, last fall degree, and related invariants", Journal of Symbolic Computation, vol. 114, pp. 322–335, 2023.

[1]Lavoro svolto nell'ambito di
E–mail: `caminata@dima.unige.it`.
Sezione 14a: a) Algebra. b)Teoria di Lie

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Cohomology of groups, a categorical perspective

Alan S. Cigoli
Dipartimento di Matematica "G. Peano", Università di Torino

It is well known that for abelian groups A and B, the n-th cohomology group $H^n(B, A)$ of B with coefficients in A is isomorphic to the group $\mathrm{Ext}^n(B, A)$ of equivalence classes of exact sequences of length n starting in A and ending in B, where the group operation is the so-called Baer sum. A similar interpretation holds when considering cohomology of a general group G with coefficients in a G-module A, but one has to replace usual exact seuquences with *crossed* ones. This dates back to the works of Eilenberg, Mac Lane and Whitehead in the 40s.

By a categorical point of view, the analogy described above is less strict than expected. Abelian groups form an abelian category, as well as their exact sequences, and upon this basis Yoneda in [5] was able to identify a set of categorical properties characterizing the functors $\mathrm{Ext}^n(-, -)$, thus recovering cohomology in a purely formal way. This immediately extends to any abelian category. In Yoneda's words: "The n-fold extensions ... will be considered as some quantity lying between B and A, or over the pair (B, A), which we want to classify to get $\mathrm{Ext}^n(B, A)$".

A generalization of Yoneda's work to the non-abelian case was out of reach at that time, mainly because of the lack of a notion that could grasp the properties of the category of groups (which is not abelian) as efficiently as abelian categories for abelian groups. Thanks to the development of categorical algebra in the last three decades, and in particular to the notions of *protomodular* [1] and of *semi-abelian* [4] category, this generalization is finally available and provides a common framework for several cohomology theories of non-abelian structures. In this talk, I will give an idea of this conceptual framework, developed in collaboration with S. Mantovani, G. Metere, and E. M. Vitale.

Bibliografia

[1] D. Bourn, Normalization equivalence, kernel equivalence and affine categories, Springer LNM, Vol. 1488, Springer-Verlag, 1991, 43–62.

[2] A. S. Cigoli, S. Mantovani, and G. Metere, Fibred-categorical obstruction theory, *J. Algebra* 593 (2022) 105–141.

[3] A. S. Cigoli, S. Mantovani, G. Metere, and E. M. Vitale, Fibered aspects of Yoneda's regular spans, *Adv. Math.* 360 (2020) 106899.

[4] G. Janelidze, L. Márki, and W. Tholen, Semi-abelian categories, *J. Pure Appl. Algebra* 168 (2002) 367–386.

[5] N. Yoneda, On Ext and exact sequences, *J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. I* 8 (1960) 507–576.

E–mail: `alan.cigoli@unito.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Sulla proprietà di Koszul per algebre artiniane Gorenstein

Alessio D'Alì [1]
Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano
Lorenzo Venturello
Dipartimento di Matematica, Università di Pisa

Una K-algebra commutativa graduata standard R si dice *Koszul* quando il campo residuo K ha una R-risoluzione libera lineare; in particolare, l'ideale di definizione di R deve essere quadratico. La proprietà di Koszul si manifesta in molte algebre che appaiono naturalmente in combinatoria e geometria algebrica.

Lo scopo di questo intervento è illustrare alcuni recenti risultati sulla proprietà di Koszul (e altre proprietà a essa collegate) per alcune specifiche classi di anelli artiniani Gorenstein. Un primo risultato ottenuto con L. Venturello fornisce un collegamento alla topologia combinatoria:

Teorema (D.–Venturello [1]). *Sia Δ un complesso simpliciale puro flag con vertici $1, \ldots, n$ e faccette $F_1, \ldots, F_m$. Sia f_Δ il polinomio in $K[x_1, \ldots, x_n, z_{F_1}, \ldots, z_{F_m}]$ definito da*

$$f_\Delta = \sum_{F \text{ faccetta di } \Delta} z_F \prod_{v \in F} x_v$$

e sia A_Δ l'algebra artiniana Gorenstein associata a f_Δ mediante il sistema inverso di Macaulay. Allora:

- *A_Δ è quadratica se e solo se Δ ha la proprietà (S_2) di Serre;*
- *A_Δ è Koszul se e solo se Δ è Cohen–Macaulay su K;*
- *A_Δ ha una base di Gröbner di quadriche se e solo se Δ è shellable.*

Se il tempo lo consentirà, accennerò anche a uno o più dei seguenti temi:

- la *strong Koszulness* (nel senso di [2]) di alcune algebre artiniane Gorenstein legate a oggetti di tipo determinantale;
- un problema di classificazione: è vero che ogni algebra quadratica artiniana Gorenstein di regolarità 3 e codimensione minore o uguale a 7 è Koszul?

Bibliografia

[1] A. D'Alì, L. Venturello: "Koszul Gorenstein algebras from Cohen–Macaulay complexes", accettato da Int. Math. Res. Not. In stampa.

[2] J. Herzog, T. Hibi, G. Restuccia: "Strongly Koszul algebras", Math. Scand., volume 86, numero 2 (2000), pp. 161–178.

[1] L'autore è stato parzialmente supportato dal grant EPSRC EP/R02300X/1.
E–mail: alessio.dali@polimi.it.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

First Hochschild cohomology and the fundamental group

Lleonard Rubio y Degrassi[1]
Department of Mathematics, Uppsala University

Benjamin Briggs
Department of Mathematical Sciences, University of Copenhagen

Hochschild cohomology is a fascinating invariant of an associative algebra which possesses a rich structure. In particular, the first Hochschild cohomology group $\mathrm{HH}^1(A)$ of an algebra A is a Lie algebra, which is a derived invariant and, among self-injective algebras, an invariant under stable equivalences of Morita type. This establishes a bridge between finite dimensional algebras and Lie algebras, however, aside from few exceptions, fine Lie theoretic properties of $\mathrm{HH}^1(A)$ are not often used.

In this talk, I will show some results in this direction. More precisely, I will explain how maximal tori of $\mathrm{HH}^1(A)$, together with fundamental groups associated to presentations of A, can be used to deduce information about the shape of the Gabriel quiver of A. In particular, I will show that every maximal torus in $\mathrm{HH}^1(A)$ arises as the dual of some fundamental group of A. By combining this, with known invariance results for Hochschild cohomology, I will deduce that (in rough terms) the largest rank of a fundamental group of A is a derived invariant quantity, and among self-injective algebras, an invariant under stable equivalences of Morita type. Time permitting, I will also provide various applications to semimonomial and simply connected algebras.

Bibliografia

[1] B. Briggs, L. Rubio y Degrassi: "Maximal Tori in HH^1 and the Fundamental Group", IMRN, 2022.

[1]This work has been financed by the project *REDCOM: Reducing complexity in algebra, logic, combinatorics*, and by the programme *Ricerca Scientifica di Eccellenza 2018* of the Fondazione Cariverona

E–mail: `lleonard.rubio@math.uu.se`.

Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Operatori di chiusura per reticoli di sottogruppi e funzione di Möbius

Luca Di Gravina
Mathematisches Institut, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Un operatore di chiusura su un insieme parzialmente ordinato P è una funzione $c : P \to P$ che soddisfa le tre seguenti proprietà:

(1) $\forall\, x \in P \quad x \leq c(x)\,;$
(2) $\forall\, x, y \in P \quad x \leq y \Rightarrow c(x) \leq c(y)\,;$
(3) $\forall\, x \in P \quad c(c(x)) = c(x)\,.$

In algebra, un tale operatore si può rivelare un utile strumento nello studio di oggetti a cui possibile associare una determinata struttura d'ordine, e nell'affrontare relativi problemi di enumerazione. In particolare, se si considera un reticolo finito, un teorema di Crapo mette in relazione la funzione di Möbius associata al reticolo stesso e operatori di chiusura definiti su di esso. Questo legame è stato sfruttato da diversi autori per studiare la funzione di Möbius su reticoli di sottogruppi di gruppi finiti, sia con l'intento di calcolarne alcuni specifici valori, sia per provare a caratterizzarne il comportamento.

Motivati quindi dalla ricerca di stime di tipo asintotico sul numero di sottogruppi per i quali non si annulla la funzione di Möbius associata a un gruppo finito almost-simple, nel lavoro che presentiamo viene definito un operatore di chiusura per sottogruppi di $G \in \{\mathrm{GL}(n, q), \mathrm{PGL}(n, q)\}$. I sottogruppi chiusi rispetto a questo operatore permettono di trovare una condizione necessaria affinché $\mu_G(H)$ sia diverso da zero, dove $\mu_G(H)$ rappresenta il valore della funzione di Möbius associata a G e valutata in $H \leq G$. Viene fornita così una spiegazione del perché sia interessante contare questi sottogruppi chiusi e sono presentati alcuni risultati in questa direzione.

Parte dei risultati comunicati rientra in un progetto portato avanti con Francesca Dalla Volta (Università di Milano-Bicocca).

E–mail: `luca.di.gravina@hhu.de`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Representation theory of super cluster algebras

Ilke Çanakçı
Vrije University Amsterdam

Francesca Fedele[1]
Department of Pure Mathematics, University of Leeds

Ana Garcia Elsener
Universidad Nacional de Mar del Plata

Khrystyna Serhiyenko
University of Kentucky

Cluster algebras are a class of commutative rings first introduced in [?] and now connected to various fields of mathematics, including geometry, combinatorics, and representation theory. The study of cluster variables, their generators, can be simplified by working with their geometric model or their representation theoretic interpretation. This theory has recently been expanded to super cluster algebras: some $\mathbb{Z}_2$-graded algebras generated by a set of even variables and a set of odd variables.

Geometric model. Super cluster algebras of type A_n have a geometric model, introduced in [?], given by an oriented triangulation T (without internal triangles) of the disk with $n+3$ marked points: the arcs of T are in bijection with the initial even variables and the triangles with the initial odd variables. The super cluster variables can be computed using a snake graph formula: each internal arc γ of the disk is associated to a snake graph G_γ and the corresponding cluster variable is computed using its double dimer covers, obtained superimposing two perfect matchings of G_γ.

Representation theory. For the classic cluster algebra case, letting kA_n be the path algebra of A_n, the CC-map applied to each indecomposable in modkA_n computes its cluster variable, see [?]. We give a representation theoretic interpretation of the super case: we prove a bijection between the super cluster variables and the indecomposable induced modules over $kA_n \otimes k[\epsilon]/(\epsilon^2)$ constructing a super CC-map.

Bibliografia

[1] Caldero P., & Chapoton F. (2006). Cluster algebras as Hall algebras of quiver representations. Commentarii Mathematici Helvetici, 81(3), 595-616.

[2] Fomin S., & Zelevinsky A. (2002). Cluster algebras I: foundations. Journal of the American Mathematical Society, 15(2), 497-529.

[3] Musiker G., Ovenhouse N., & Zhang S. W. (2021). An Expansion Formula for Decorated Super-Teichmuller Spaces. Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications, 17(0), 80-34.

[1]nell'ambito di WINART3; con il supporto di "REDCOM" (Ricerca Scientifica di Eccellenza 2018, Fondazione Cariverona); e di "Combinatorial Representation Theory", (EPSRC a Leeds).

E–mail: `f.fedele@leeds.ac.uk`.

Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Ideali primi di prodotti infiniti di anelli commutativi

Carmelo Antonio Finocchiaro
Dipartimento di Matematica e Informatica, Università degli Studi di Catania
Sophie Frisch
Department of Analysis and Number Theory, TU Graz
Daniel Windisch
Department of Analysis and Number Theory, TU Graz

Sia $\{R_i \mid i \in I\}$ una famiglia non vuota di anelli commutativi con identità e sia $R := \prod_{i \in I} R_i$ il prodotto diretto degli anelli di tale famiglia. I seguenti fatti sono ben noti: se I è finito allora $\mathrm{Spec}(R)$ è omeomorfo all'unione disgiunta degli spettri degli anelli R_i; se invece I è arbitrario e ogni R_i è un campo allora $\mathrm{Spec}(R)$ è omeomorfo alla compattificazione di Stone-Cech βI di I. Nel caso I sia infinito e gli anelli R_i non siano campi poco è noto sulla struttura di $\mathrm{Spec}(R)$.

In questa comunicazione, basata su un lavoro in collaborazione con Sophie Frisch e Daniel Windisch, presenterò alcuni recenti risultati sugli ideali primi di R. Verrà mostrato che gli ideali massimali di R sono indotti da ultrafiltri di una opportuna algebra di Boole (questo risultato generalizzerà la descrizione dello spettro di un prodotto di campi). Inoltre, se gli anelli R_i sono domini di integrità anche gli ideali primi minimali di R sono determinati. Nel caso tutti gli anelli R_i siano dei domini di Prüfer (i.e., domini che sono localmente di valutazione) tutti gli ideali primi del prodotto diretto R sono descritti.

E–mail: `cafinocchiaro@unict.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Generalisations of Bass' Theorem P over commutative rings

Giovanna Le Gros
Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita", Università di Padova

In his pivotal 1960 paper, Bass introduced and characterised the perfect rings, which are the unital associative rings over which every module has a projective cover. In Theorem P of this paper, Bass gives both a homological and ring-theoretic characterisation of the perfect rings. Moreover, inspired by a result of Kaplansky, Bass describes a connection between perfect rings and the finitistic dimension of a ring, which is the supremum of the projective dimensions of modules of finite projective dimension. In particular, for a commutative ring R, R is a perfect ring if and only if the big finitistic dimension of R is zero, that is, every module of finite projective dimension is projective.

In this talk we will discuss some natural generalisations of this theory. Instead of considering the class of projective modules as done by Bass, we will look at the class of modules of projective dimension at most one, denoted $\mathcal{P}_1$. In particular, we will consider the rings over which $\mathcal{P}_1$ is covering, and discuss some results which characterise both the class $\mathcal{P}_1$ and the commutative rings over which every module has a $\mathcal{P}_1$-cover. This study is related to Enochs' Conjecture, which states that a covering class is necessarily closed under direct limits.

Bibliografia

[1] H. Bass: "Finitistic dimension and a homological generalization of semi-primary rings", Trans. Amer. Math. Soc. 95 (1960), 466–488.

[2] G. Le Gros: "Generalisations of Bass' Theorem P over commutative rings", *preprint in preparation.*

E–mail: `legros@math.unipd.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

The universal $\star$-regular R-ring

Sonia L'Innocente
Scuola di Scienze e Tecnologie, Università di Camerino

Olivier's construction of the universal commutative (von Neumann) regular ring over a commutative ring is generalized to obtain the universal $\star$-regular ring over a noncommutative ring $(R, \star)$ with involution. The construction of a universal $\star$-regular ring proceeds similarly with the Moore-Penrose inverse replacing the role of the group inverse in the construction of universal abelian regular rings.

The involution of $(R, \star)$ induces an involution on the modular lattice $L(R, 1)$ of positive primitive formulae in the language of left R-modules. It is shown that $\star$-regular ring coordinatizes the quotient lattice of $L(R, 1)$ modulo the least congruence for which the involution designates an orthogonal complement.

Explicit examples will be given in the context of a semisimple Lie algebra and Jacobson algebra.

E–mail: `sonia.linnocente@unicam.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Irreducible representations of the free algebra $K < x_1, \cdots, x_n >$ through Leavitt Path Algebras

Francesca Mantese
Dipartimento di Informatica, Università di Verona

Let K be a field and E be the graph with a vertex v and n loops $\alpha_1 \cdots \alpha_n$. The associated Leavitt path algebra $_K(E)$ is a perfect left localization of the free algebra in n variables $\Lambda = K < x_1, \cdots, x_n >$, and the category of finitely presented simple $L_K(E)$- modules is a quotient category of the finitely presented simple modules over Λ. Applying methods and techniques for the study of simple modules over Leavitt path algebras, we obtain a better understanding of the finitely presented irreducible representation of Λ, and a characterization of its finitely generated maximal ideals.

E–mail: `francesca.mantese@univr.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Embeddings into Finitely Presented Simple Groups

Francesco Matucci
Dipartimento di Matematica e Applicazioni , Università degli Studi di Milano - Bicocca

In 1973, William Boone and Graham Higman proved that a finitely generated group G has a solvable word problem if and only if G can be embedded into a simple subgroup of a finitely presented group. They conjectured a stronger result, namely that every such group G embeds into a finitely presented simple group. This conjecture remains open after almost 50 years, but recent advances in the study of finitely presented simple groups have made it possible to verify the Boone-Higman conjecture for several large classes of groups. In this talk, I will survey results on Boone-Higman embeddings of right-angled Artin groups, countable abelian groups, contracting self-similar groups, and hyperbolic groups. This talk includes joint work with Jim Belk, Collin Bleak, James Hyde, and Matthew Zaremsky.

E–mail: `francesco.matucci@unimib.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Grafi associati a gruppi finiti

Carmine Monetta[1]
Università degli Studi di Salerno, Italia

L'idea di associare un grafo ad un gruppo finito o infinito risale alla fine del XIX secolo quando fu introdotto da Cayley un grafo, oggi noto come grafo di Cayley, con l'obiettivo di ottenere informazioni sulle proprietà di un gruppo astratto analizzando gli invarianti del grafo ad esso associato. Questa linea di ricerca ha permesso negli anni di ottenere interessanti risultati di struttura in teoria dei gruppi, consentendo d'altra parte di esibire nuovi esempi di grafi con specifiche caratteristiche.

Tra i vari grafi che si possono associare ad un gruppo finito, di notevole interesse sono i grafi i cui vertici sono gli elementi del gruppo e i cui archi riflettono in qualche modo la struttura del gruppo stesso. Più precisamente, se G è un gruppo finito e $\mathcal{B}$ è una classe di gruppi, allora il $\mathcal{B}$-grafo associato a G, denotato con $\Gamma_{\mathcal{B}}(G)$, è un grafo semplice e non orientato i cui vertici sono gli elementi di G ed esiste un arco tra due elementi x e y di G se il sottogruppo generato da x e y è un $\mathcal{B}$-gruppo. Gli invarianti di un $\mathcal{B}$-grafo permettono di ottenere rilevanti informazioni sulla struttura di un gruppo finito: ad esempio, studiare la completezza di $\Gamma_{\mathcal{B}}(G)$ informa di quanto G si avvicini all'essere un $\mathcal{B}$-gruppo. In questo ambito investigativo, un ruolo emergente è occupato dallo studio delle proprietà dell'intorno $I_{\mathcal{B}}(x)$ di un vertice x in $\Gamma_{\mathcal{B}}(G)$, ossia dell'insieme di tutti i vertici adiacenti a x nel $\mathcal{B}$-grafo di G. Si scopre facilmente che $I_{\mathcal{B}}(x)$ non è un sottogruppo di G in generale, tuttavia la natura di un singolo intorno può rivelare le caratteristiche dell'intero gruppo.

L'obiettivo di questa comunicazione è di analizzare le proprietà numeriche e combinatorie degli intorni in un $\mathcal{B}$-grafo mostrando, ad esempio, come sia possibile ottenere dei criteri di nilpotenza per un gruppo finito.

[1]Lavoro finanziato parzialmente dal GNSAGA
E–mail: `cmonetta@unisa.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Minimal generating sets of finite groups

Daniele Nemmi
Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita", Università di Padova

A set of elements of a finite group G is said to be a minimal generating set if it generates the whole G but no proper subset of it does. They are a natural generalization of the concept of bases of vector spaces, but while these ones are well understood, the loss of commutativity in groups gives rise to complicated behaviours. For instance, in groups, an analog concept of dimension is not well defined: minimal generating sets, unlike bases, can have different cardinalities in the same group. Given a finite group G, we can define two invariants: $d(G)$ and $m(G)$, respectively the minimum and the maximum among these cardinalities. A theorem of Tarski tells us that we can always find a minimal generating set of cardinality k with $d(G) \leq k \leq m(G)$, therefore the knowledge of these two numbers gives all the possible cardinalities for the minimal generating sets of G. The former has been studied by various authors while less is known for the latter. After giving a short introduction of the topic and of these invariants, we will focus on a natural question: which sets of elements of a finite group can belong to a minimal generating set? For singletons the answer is easy: an element belongs to such a set if and only if it is not in the Frattini subgroup. In a joint work with S. D. Freedman, A. Lucchini and C. M. Roney-Dougal we investigated the case of pairs, which is far more involving. If two elements are one the power of the other, then surely they cannot belong to a minimal generating set. We classified all the finite groups for which this is the only obstruction or, in other words, for which the converse is also true. Similarly, if two elements generate a cyclic subgroup, then they cannot belong to the same minimal generating set of cardinality $d(G)$. We also classified all the finite groups in which the converse of this fact is true. We present this work, showing as well how this kind of properties can be encoded in the language of graph theory and presenting some results on simple groups that we needed to prove to carry out these classifications.

Bibliografia

[1] S. D. Freedman, A. Lucchini, D. Nemmi, C. M. Roney-Dougal: "Finite groups satisfying the independence property", arXiv preprint arXiv:2208.04064, 2022.

E–mail: `dnemmi@math.unipd.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Hausdorff dimension of groups acting on trees

Marialaura Noce
Dipartimento di Matematica, Università di Salerno

The concept of Hausdorff dimension was defined in the 1930s and is a way of measuring the relative size of a subset in a metric space. In the 1990s Abercrombie, Barnea and Shalev have considered the Hausdorff dimension in the setting of (countably based) profinite groups. In this talk, we will survey known results concerning the Hausdorff dimension of (the topological closure of) some distinguished families of subgroups of groups acting on trees, and we present new results and open research directions about this topic.

E–mail: mnoce@unisa.it.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Relative additive functions on abelian categories

Sergio Pavon
Dipartimento di Matematica, Università di Padova

When studying an abelian category, the most fundamental piece of structure is given by the short exact sequences $0 \to x \to y \to z \to 0$, which express the fact that "the object y is an extension of z by x". There are two very fruitful points of view on the structure given by these sequences: the theory of torsion and localisation on one side, and Grothendieck groups and additive functions on the other.

In the first case, one groups the objects of the category into certain classes, having some properties with respect to the exact sequences, and studies these classes instead. For instance, localisation theory focusses on *Serre* subcategories, ie. subcategories which contain y as above if and only if they contain both x and z.

For the other approach, useful when the category is skeletally small, one interprets a short exact sequence as above as encoding the relation '$y = x + z$', and studies the abelian group generated by the objects of the category, modulo these relations: the *Grothendieck group*. Dually, one can investigate the *additive functions*, the group homomorphisms from the Grothendieck group into $\mathbb{Z}$.

Let R be a commutative noetherian ring, and consider the two abelian categories $\mathsf{mod}(R)$ and $\mathsf{Mod}(R)$ of finitely generated and all R-modules, respectively. The torsion and localisation theory for the two categories is essentially the same, and it turns out to encode the spectrum $\mathsf{Spec}(R)$ of prime ideals of R [1]. This spectrum also describes other features of $\mathsf{Mod}(R)$, such as the indecomposable injectives.

Unfortunately, the approach using the Grothendieck group on $\mathsf{mod}(R)$ and additive functions does not recover the same richness of information. It is a classical result that additive functions are essentially in bijection with the *minimal* primes [2].

We present a possible solution to this shortcoming. The issue is that the Grothendieck group is 'too small', ie. that there are too many relations: hence we choose to ignore some of the short exact sequences, and only consider a smaller class, which forms a *exact structure*, ie. allows to consider torsion/localisation etc. The point is that the exact structure we construct still exhibits the same torsion and localisation theory as before, but admits many more (now *relative*) additive functions: in fact, we recover a bijection between additive functions (up to sums) and the spectrum $\mathsf{Spec}(R)$. Dually, the Grothendieck group is a finer invariant of the category.

Bibliografia

[1] P. Gabriel, *Des catégories abéliennes*, Bulletin de la S.M.F. 90 (1962), 323–448.

[2] G. Krause, *Additive rank functions in Noetherian rings*, J. Algebra 130 (1990), 451–461.

E–mail: `sergio.pavon@math.unipd.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Domini di Dedekind polinomiali con campi residui finiti

Giulio Peruginelli
Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita", Università di Padova

Si fornisce una rappresentazione dei domini di Dedekind D con campi residui finiti contenuti tra $\mathbb{Z}[X]$ e $\mathbb{Q}[X]$ come opportuni anelli di polinomi a valori interi generalizzati: per ogni primo $p \in \mathbb{Z}$, esiste un sottoinsieme finito E_p della chiusura intera $\overline{\mathbb{Z}_p}$ dell'anello degli interi p-adici $\mathbb{Z}_p$ formato da elementi transcendenti su $\mathbb{Q}$, tale che $D = \{f \in \mathbb{Q}[X] \mid f(E_p) \subseteq \overline{\mathbb{Z}_p},\ \forall p \in \mathbb{Z}\}$. Il risultato è ottenuto per mezzo della caratterizzazione fornita in [2] dei DVR con campo dei quozienti $\mathbb{Q}(X)$ e campo residuo finito. Si dimostra inoltre che il gruppo delle classi di un tale anello D è uguale alla somma diretta di una famiglia numerabile di gruppi abeliani finitamente generati. Viceversa, dato un gruppo G di questo tipo, mostriamo l'esistenza di un dominio di Dedekind D con campi residui finiti tra $\mathbb{Z}[X]$ e $\mathbb{Q}[X]$ con gruppo delle classi uguale a G.

Bibliografia

[1] G. Peruginelli, *Polynomial Dedekind domains with finite residue fields*, arXiv: https://arxiv.org/abs/2207.04280.

[2] G. Peruginelli, *Transcendental extensions of a valuation domain of rank one*, Proc. Amer. Math. Soc. 145 (2017), no. 10, 4211-4226.

E–mail: `gperugin@math.unipd.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Expander graphs from group theory

Luca Sabatini
Alfréd Rényi Institute of Mathematics

Expander graphs are highly connected sparse graphs, and play a basic role in various areas of mathematics and computer science. In the last five decades, a huge amount of research has been devoted to them [3]. Their existence follows by probabilistic considerations (*à la* Erdős), but explicit constructions are much more difficult. In this talk, we present some of the most important achievements of recent years: they use group theory. For random constructions, one has a finite set Ω, a transitive permutation group $G \leqslant Sym(\Omega)$, and a random symmetric subset $S \subseteq G$. The Schreier graph $\Gamma(G \circlearrowleft \Omega, S)$ has the elements of Ω as vertices, and $\omega \sim \omega^s$ for every $\omega \in \Omega$ and $s \in S$. If $G = Sym(\Omega)$ and $|S| \geq 2$, then Γ is almost surely an "optimal" expander [4]. Something similar happens when G is arbitrary, but $|S| \geq c \log |\Omega|$ is required [5]. Finding specific subsets that work is tricky. After the breakthrough of Bourgain and Gamburd [1], now we know that most of the generating sets of groups of Lie type are good (in their regular action) [2]. However, many fundamental problems are still open.

Bibliografia

[1] J. Bourgain, A. Gamburd, *Uniform expansion bounds for Cayley graphs of* $SL_2(\mathbb{F}_p)$, Ann. of Math. **167** (2008), 625-642.

[2] E. Breuillard, B. Green, R. Guralnick, T. Tao, *Expansion in finite simple groups of Lie type*, J. Eur. Math. Soc. **17** (2015), 1363-1434.

[3] A. Lubotzky, *Expander graphs in pure and applied mathematics*, Bull. Amer. Math. Soc. **49 (1)** (2012), 113-162.

[4] D. Puder, *Expansion of random graphs: new proofs, new results*, Invent. Math. **201** (2015), 845-908.

[5] L. Sabatini, *Random Schreier graphs and expanders*, J. Algebraic Combin. **56 (3)** (2022), 889-901.

E–mail: `sabatini.math@gmail.com`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Aspetti algebrici e combinatorici degli schemi di Hilbert

Alessio Sammartano
Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

Gli schemi di Hilbert sono spazi di parametri di centrale importanza in geometria algebrica e nelle sue interazioni con altre discipline, tra cui l'algebra commutativa, la teoria delle rappresentazioni, la combinatoria, e la fisica matematica. Lo schema di Hilbert classico, introdotto da Grothendieck [G60], parametrizza sottoschemi chiusi di $\mathbb{P}^n$ con un dato polinomio di Hilbert. Nei decenni successivi, sono stati introdotte e studiate diverse generalizzazioni o varianti, tra cui lo schema di Hilbert multigraduato, introdotto da Haiman e Sturmfels [HS04], che parametrizza quozienti di un'algebra multigraduata con una data funzione di Hilbert, e gli schemi di Hilbert annidati del piano, che parametrizzano catene di sottoschemi finiti di $\mathbb{A}^2$.

Negli ultimi anni, l'utilizzo di strumenti di algebra commutativa e combinatoria ha portato a importanti progressi nella geometria degli schemi di Hilbert. Ad esempio, citiamo la classificazione degli schemi di Hilbert lisci [SS20], le singolarità razionali di alcuni schemi di Hilbert annidati del piano [RS21], la dimensione e lo spazio tangente degli schemi di Hilbert di punti in varietà lisce tridimensionali [RS22], la riducibilità [J19a] e la legge di Murphy [J19b] per schemi di Hilbert di punti in varietà lisce di dimensione superiore.

In questa comunicazione illustrerò alcuni di questi sviluppi recenti.

Bibliografia

[G60] Alexander Grothendieck, *Techniques de construction et théorèmes d'existence en géométrie algébrique IV*, Séminaire Bourbaki, Vol. **6**, Exp. No. 221 (1960).

[HS04] Mark Haiman and Bernd Sturmfels, *Multigraded Hilbert schemes*. J. Alg. Geom. **13** (2004), 725–769.

[J19a] J. Jelisiejew, *Elementary components of Hilbert schemes of points*, J. London Math. Soc. **100** (2019), 249–272.

[J19b] J. Jelisiejew, *Pathologies on the Hilbert scheme of points*, Invent. Math. **220**, 581–610 (2019).

[RS21] R. Ramkumar, A. Sammartano, *Rational singularities of nested Hilbert schemes*, arXiv 2109.09002.

[RS22] R. Ramkumar, A. Sammartano, *On the tangent space to the Hilbert scheme of points in* $\mathbf{P}^3$, Trans. Amer. Math. Soc. **375**, 6179–6203 (2022).

[SS20] R. Skjelnes, G. Smith, *Smooth Hilbert schemes: their classification and geometry*, arXiv 2008.08938, in corso di stampa su J. Reine Angew. Math.

E–mail: `alessio.sammartano@polimi.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Uso di insiemi derivati in algebra commutativa

Dario Spirito
Dipartimento di Scienze Matematiche, Informatiche e Fisiche, Università di Udine

La topologia di Zariski sullo spettro primo di un anello è uno spazio topologico di fondamentale importanza nell'algebra commutativa; da essa è possibile costruire altre due topologie, la topologia inversa e la topologia costruibile, che permettono di evidenziare altre proprietà dell'anello. Ad esempio, una delle proprietà algebriche fondamentali di un dominio di Dedekind è l'essere localmente finito, ovvero il fatto che ogni ideale diverso da (0) è contenuto solo in un numero finito di ideali massimali; questa proprietà corrisponde topologicamente al fatto che lo spazio degli ideali massimali è discreto nella topologia inversa.

In questa comunicazione presenterò alcuni esempi in cui proprietà algebriche di un anello possono venire contestualizzate attraverso la costruzione della successione degli insiemi derivati di uno spazio topologico (come l'insieme degli ideali massimali o particolari insiemi di sovraanelli) dotato della topologia inversa (o di una topologia analoga), usando come caso base quello in cui lo spazio è discreto, ovvero in cui si ha una proprietà di locale finitezza. Alcuni di questi esempi richiedono invece l'uso di una successione di insiemi costruiti in modo analogo alla successione degli insiemi derivati, ma definiti in modo maggiormente algebrico.

Saranno trattati in particolare due esempi. Il primo è la generalizzazione delle famiglie di Jaffard di sovraanelli alle famiglie pre-Jaffard, che permette di estendere dalle prime alle seconde le proprietà di decomposizione di operazioni semistar spettrali e di funzioni lunghezza, così come, sotto opportune ipotesi, di generalizzare alcune proprietà di decomposizione del gruppo degli ideali invertibili dell'anello dei polinomi a valori interi dai domini di Dedekind a una classe di domini di Prüfer di dimensione 1. Il secondo esempio è la generalizzazione degli ideali critici di un anello almost Dedekind, che permette di dimostrare che il gruppo degli ideali invertibili di un anello almost Dedekind è sempre libero.

Bibliografia

[1] D. Spirito, "The Derived Sequence of a Pre-Jaffard Family", *Mediterr. J. Math.* (2022) 19:146.

[2] D. Spirito, "Almost Dedekind domains without radical factorization", *Forum Math.* (to appear).

[3] D. Spirito, "Localizations of integer-valued polynomials and of their Picard group" (submitted).

E–mail: dario.spirito@uniud.it.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Skew braces: From the Yang–Baxter equation to Hopf–Galois structures

Andrea Caranti
Dipartimento di Matematica, Università degli Studi di Trento

Lorenzo Stefanello
Dipartimento di Matematica, Università di Pisa

Senne Trappeniers
Department of Mathematics and Data Science, Vrije Universiteit Brussel

Building on the seminal work of W. Rump, in 2017 L. Guarnieri and L. Vendramin introduced the notion of a new algebraic structure: a skew brace is a triple $(G, \cdot, \circ)$, where $(G, \cdot)$ and $(G, \circ)$ are groups related by a compatibility condition, which resembles an axiom of left distributivity.

Considerable interest in these objects arose immediately, especially because of the many connections and interpretations of skew braces in other topics in mathematics; for example, skew braces yield set-theoretic solutions of the Yang–Baxter equation, generalise radical rings, are in bijection with regular subgroups of holomorphs of groups, and describe Hopf–Galois structures.

As a result, several mathematicians have undertaken the study of skew braces from different perspectives, and the multitude of techniques employed has become a trademark of this theory.

The goal of this talk is twofold. First, we introduce the main definition and some examples, and briefly consider the connections with other topics. Second, we discuss the literature on skew braces and some open problems, outline some recent research directions, and mention some of our own contributions.

E–mail: `lorenzo.stefanello@phd.unipi.it`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

Gruppi di tipo Thompson che agiscono su frattali

Matteo Tarocchi
Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Università di Milano-Bicocca

I tre **gruppi di Thompson** F, T e V sono apparsi in svariate branche della matematica, e appaiono talmente ubiquitari che nel 1996 Matthew Brin li ha chiamati "chameleon groups". Introdotti negli anni '60 da Richard Thompson, i gruppi T e V fornirono i primi esempi di gruppi semplici infiniti finitamente presentati, mentre la fama del fratello più piccolo F riguarda per lo più una domanda che è aperta da decadi: se si tratti di un gruppo amenabile oppure no. Le note [3] sono generalmente considerate una buona introduzione a questi gruppi.

Nel 2019 James Belk e Bradley Forrest hanno introdotto una generalizzazione dei gruppi di Thompson: la famiglia dei **gruppi di riarrangiamenti** ([2]). Si tratta di gruppi di certi omeomorfismi di frattali che agiscono permutando certi sottoinsiemi auto-similari (detti *celle*) che compongono il frattale. Essendo una famiglia di gruppi introdotta solo di recente, non si hanno ancora molti risultati che la riguardano, e c'è molto da scoprire.

Nella conferenza presenterò un'introduzione ai gruppi di Thompson ed ai gruppi di riarrangiamenti, portando come esempi i Julia sets della Basilica ([1]) e dell'Airplane ([4]), ed illustrerò alcuni risultati noti ed alcune domande aperte che riguardano proprietà di generazione, semplicità e problemi decisionali nella famiglia dei gruppi di riarrangiamenti.

Bibliografia

[1] J. Belk e B. Forrest: "A Thompson group for the basilica". In: *Groups Geom. Dyn.* 9.4 (2015), pp. 975–1000. DOI: 10.4171/GGD/333. In: *Trans. Amer. Math. Soc.* 372.7 (2019), pp. 4509–4552. DOI: 10.1090/tran/7386.

[2] J. Belk e B. Forrest: "Rearrangement groups of fractals". In: *Trans. Amer. Math. Soc.* 372.7 (2019), pp. 4509–4552. DOI: 10.1090/tran/7386.

[3] J. W. Cannon, W. J. Floyd e W. R. Parry: "Introductory notes on Richard Thompson's group". In: *Enseign. Math. (2)* 42.3-4 (1996), pp. 215–256.

[4] M. Tarocchi: "Generation and Simplicity in the Airplane Rearrangement Group". Arxiv preprint (2021). DOI: 10.48550/ARXIV.2107.08744.

E–mail: `matteo.tarocchi.math@gmail.com`.
Sezione 14: Algebra

XXII Congresso U.M.I.
Pisa, 4–9 settembre 2023

σ-Subnormalità nei Gruppi Localmente Finiti

Marco Trombetti
Dipartimento di Matematica e Applicazioni "Renato Caccioppoli",
Università degli Studi di Napoli Federico II

Sia $\sigma = \{\sigma_j : j \in J\}$ una partizione dell'insieme $\mathbb{P}$ di tutti i numeri primi. Un sottogruppo X di un gruppo finito G si dice *σ-subnormale* in G se esiste una catena di sottogruppi

$$X = X_0 \leq X_1 \leq \ldots \leq X_n = G$$

tale che, per ogni $1 \leq i \leq n-1$, o $X_{i-1} \trianglelefteq X_i$ o $X_i/(X_{i-1})_{X_i}$ è un σ_{j_i}-gruppo per qualche $j_i \in J$. Skiba [4] ha studiato le proprietà principali dei sottogruppi σ-subnormali nei gruppi finiti e ha mostrato che l'insieme di tutti i sottogruppi σ-subnormali gioca un ruolo rilevante nella struttura di un gruppo risolubile finito. In collaborazione con Maria Ferrara (vedi [2] e [3]), abbiamo posto i fondamenti di una teoria generale della σ-subnormalità (e delle σ-serie) nei gruppi localmente finiti. Si è così scoperto che, sebbene nei gruppi finiti i sottogruppi σ-subnormali formino un sotto-reticolo del reticolo dei sottogruppi (vedi [1]), quando si passa all'infinito ciò non è più vero (in analogia con la subnormalità). Uno dei problemi principali viene perciò ad essere quello di determinare quando il sottogruppo generato da due sottogruppi σ-subnormali sia ancora σ-subnormale.

Lo scopo di questo intervento è quello di introdurre il lettore alla teoria dei sottogruppi σ-subnormali e di discutere condizioni sotto cui il sottogruppo generato da due sottogruppi σ-subnormali sia ancora σ-subnormale.

Bibliografia

[1] A. Ballester-Bolinches – S.F. Kamornikov – M.C. Pedraza-Aguilera – X. Yi: "On σ-subnormal subgroups of factorised finite groups", *J. Algebra* 559 (2020), 195–202.

[2] M. Ferrara – M. Trombetti: "σ-Subnormality in locally finite groups", *J. Algebra* 614 (2023), 867–897.

[3] M. Ferrara – M. Trombetti: "Joins of σ-subnormal subgroups", to appear.

[4] A.N. Skiba: "On σ-subnormal and σ-permutable subgroups of finite groups", *J. Algebra* 436 (2015), 1–16.

E–mail: marco.trombetti@unina.it.
Sezione 14: Algebra